

10 Exponenten en logaritmen

Voorkennis Lineaire en exponentiële groei

Bladzijde 106

- 1** a $N = b \cdot g^t$ met $b = 11,14$ en $g = 1,015$ geeft $N = 11,14 \cdot 1,015^t$.
 b Bij 1 januari 2024 hoort $t = 6$.
 $t = 6$ geeft $N = 11,14 \cdot 1,015^6 = 12,180...$
 Dus 12,18 miljoen.
 c Voer in $y_1 = 11,14 \cdot 1,015^x$ en $y_2 = 13$.
 De optie snijpunt geeft $x = 10,37...$
 Dus in het jaar $2018 + 10 = 2028$.
 d Bij 1 januari 2010 hoort $t = -8$.
 $t = -8$ geeft $N = 9,889...$
 Dus 9,89 miljoen.
 e In 2025, dus van $t = 7$ tot $t = 8$.
 $t = 7$ geeft $N = 12,363...$ en $t = 8$ geeft $N = 12,549...$
 De toename is ongeveer $0,19$ miljoen = 190 000.

- 2** a $N = b \cdot g^t$ met $b = 100$ en $g = 0,8$ geeft $N = 100 \cdot 0,8^t$.
 b Voer in $y_1 = 100 \cdot 0,8^x$ en $y_2 = 25$.
 De optie snijpunt geeft $x = 6,21...$
 Dus na 6,2 uur.

- 3** a $V_z = b \cdot g^t$ met $b = 290$ en $g = 1,4$ geeft $V_z = 290 \cdot 1,4^t$.
 $V_w = at + b$ met $a = 310$ en $b = 2430$ geeft $V_w = 310t + 2430$.
 b Los op $290 \cdot 1,4^t = 2(310t + 2430)$.
 Voer in $y_1 = 290 \cdot 1,4^x$ en $y_2 = 2(310x + 2430)$.
 De optie snijpunt geeft $x = 10,98...$
 Dus in het jaar $2012 + 10 = 2022$.

Bladzijde 107

- 4** a $\frac{16,07}{13,84} \approx 1,16$; $\frac{18,72}{16,07} \approx 1,16$; $\frac{21,65}{18,72} \approx 1,16$; $\frac{25,02}{21,65} \approx 1,16$
 De quotiënten zijn bij benadering gelijk, dus je mag uitgaan van exponentiële groei.
 b De formule is $O = 13,84 \cdot 1,16^t$.
 c Bij 2023 hoort $t = 9$.
 $t = 9$ geeft $O = 13,84 \cdot 1,16^9 \approx 52,63$, dus de omzet in 2023 is 52,63 miljard euro.
 De omzet per Nederlander in 2023 is naar verwachting $\frac{52,63 \text{ miljard}}{17,6 \text{ miljoen}} \approx 2990$ euro.

10.1 Exponentiële groei

Bladzijde 108

- 1** De groeifactor is 1,05 per jaar.

Bladzijde 109

- 2** a x tussen 0 en 40, y tussen 0 en 250.
 b Voer in $y_1 = 250 \cdot 0,955^x$ en $y_2 = 125$.
 De optie snijpunt geeft $x = 15,05...$
 Dus in het jaar 2015.

3 groeipercentage	13%	3,3%	120%	0,7%	12%	6%	150%	23,7%
groeifactor	1,13	1,033	2,20	1,007	1,12	1,06	2,5	1,237

4	afname in procenten	13%	41,8%	6,2%	0,3%	2%	0,1%	75,4%
	groefactor	0,87	0,582	0,938	0,997	0,98	0,999	0,246

5 a $R = b \cdot g^t$ met $b = 215\,000$ en $g = 1,02$ geeft $R = 215\,000 \cdot 1,02^t$.

b Los op $215\,000 \cdot 1,02^t = 400\,000$.

Voer in $y_1 = 215\,000 \cdot 1,02^x$ en $y_2 = 400\,000$.

De optie snijpunt geeft $x = 31,35\dots$

Dus in februari 2019.

c Bij december 2023 hoort $t = 90$ en bij januari 2023 hoort $t = 79$.

$t = 79$ geeft $R \approx 1\,027\,666$ en $t = 90$ geeft $R \approx 1\,277\,774$.

De toename is 250 108 ritten.

6 a $N = b \cdot g^t$ met $b = 400$ en $g = 1,12$ geeft $N = 400 \cdot 1,12^t$.

b Los op $400 \cdot 1,12^t = 15\,000$.

Voer in $y_1 = 400 \cdot 1,12^x$ en $y_2 = 15\,000$.

De optie snijpunt geeft $x = 31,98\dots$

Dus in $1990 + 32 = 2022$.

c Voor de schade S in miljoenen euro's per jaar geldt $S = 2 \cdot 1,10^t$ met $t = 0$ in 2015.

In 2025 is $S = 2 \cdot 1,10^{10} = 5,187\dots$ en $N = 400 \cdot 1,12^{35} \approx 21\,120$.

In 2025 is de gemiddelde schade die een halsbandparkiet aanbrengt $\frac{5,187\dots \text{ miljoen}}{21120} \approx 246$ euro.

Bladzijde 110

7 a Dat was $\frac{15,65}{190} \times 100\% \approx 8,2\%$.

b $K_W = b \cdot g^t$ met $b = 190$ en $g = 1,018$ geeft $K_W = 190 \cdot 1,018^t$.

c $20\,000 = 0,02$ miljoen

$K_E = at + b$ met $a = -0,02$ en $b = 15,65$ geeft $K_E = -0,02t + 15,65$.

d Bij 2025 hoort $t = 10$.

$t = 10$ geeft $K_W = 190 \cdot 1,018^{10} = 227,1\dots$ en $K_E = -0,02 \cdot 10 + 15,65 = 15,45$.

Dat is $\frac{15,45}{227,1\dots} \times 100\% \approx 6,8\%$.

8 $N_{VS} = 1,8t + 333,5$ met t in jaren en $t = 0$ op 1 januari 2020.

$N_{\text{Rusland}} = 142,9 \cdot 0,996^t$ met t in jaren en $t = 0$ op 1 januari 2020.

Los op $1,8t + 333,5 = 3 \cdot 142,9 \cdot 0,996^t$.

Voer in $y_1 = 1,8x + 333,5$ en $y_2 = 3 \cdot 142,9 \cdot 0,996^x$.

De optie snijpunt geeft $x = 27,78\dots$

Dus in het jaar 2047.

9 Het percentage biomassa is $P_b = 0,21t + 3,89$ en het percentage zonne-energie is

$P_z = 0,25 \cdot 1,35^t$ met t in jaren en $t = 0$ in 2015.

Bij 2023 hoort $t = 8$.

$t = 8$ geeft $P_b = 0,21 \cdot 8 + 3,89 = 5,57$ en $P_z = 0,25 \cdot 1,35^8 \approx 2,76$.

Dus in 2023 is $5,57 + 2,26 = 8,33\%$ van het totale energieverbruik afkomstig van biomassa en zonne-energie.

10 Noem het percentage windenergie en overig P_{wo} .

In 2015 is $P_{wo} = 5,74 - 3,89 - 0,25 = 1,60$.

Dus $P_{wo} = 1,60 \cdot 1,13^t$ met t in jaren en $t = 0$ in 2015.

Bij 2030 hoort $t = 15$.

$t = 15$ geeft $P_b = 0,21 \cdot 15 + 3,89 = 7,04$, $P_z = 0,25 \cdot 1,35^{15} \approx 22,54$ en

$P_{wo} = 1,60 \cdot 1,13^{15} \approx 10,01$.

In totaal is in 2030 het aandeel hernieuwbare bronnen ongeveer

$7,04 + 22,54 + 10,01 \approx 39,6\%$.

Dus het doel wordt gehaald.

Bladzijde 111

- 11 a** Los op $500 \cdot 1,0175^t = 1000$.
 Voer in $y_1 = 500 \cdot 1,0175^x$ en $y_2 = 1000$.
 De optie snijpunt geeft $x = 39,95\dots$
 Dus na ongeveer 40 maanden is de hoeveelheid verdubbeld.
- b** Los op $1740 \cdot 1,0175^t = 3480$.
 Voer in $y_1 = 1740 \cdot 1,0175^x$ en $y_2 = 3480$.
 De optie snijpunt geeft $x = 39,95\dots$
 Dus na ongeveer 40 maanden is de hoeveelheid verdubbeld.
- c** Een verdubbeling van de hoeveelheid duurt in beide gevallen ongeveer 40 maanden.

Bladzijde 112

- 12 a** $g_{\text{jaar}} = 1,131$, dus los op $1,131^t = 2$.
 Voer in $y_1 = 1,131^x$ en $y_2 = 2$.
 De optie snijpunt geeft $x = 5,63\dots$
 De verdubbelingstijd is 5 jaar en $0,63\dots \cdot 12 \approx 8$ maanden.
- b** Er geldt $g^7 = 2$ met g de groeifactor per dag.
 $g^7 = 2$ geeft $g = 2^{\frac{1}{7}} \approx 1,104$
 Het groeipercentage per dag is 10,4%.
- 13 a** $g_{\text{dag}} = 0,917$, dus los op $0,917^t = \frac{1}{2}$.
 Voer in $y_1 = 0,917^x$ en $y_2 = \frac{1}{2}$.
 De optie snijpunt geeft $x = 7,99\dots$
 De halveringstijd is 8 dagen.
- b** Los op $0,917^t = 0,1$.
 Voer in $y_1 = 0,917^x$ en $y_2 = 0,1$.
 De optie snijpunt geeft $x = 26,57\dots$
 Na ongeveer 26,6 dagen.
- 14 a** $g_{\text{jaar}} = 1,025$, dus los op $1,025^t = 2$.
 Voer in $y_1 = 1,025^x$ en $y_2 = 2$.
 De optie snijpunt geeft $x = 28,07\dots$
 De verdubbelingstijd is ongeveer 28 jaar.
- b** De bevolking van Gabon groeit langzamer, dus deze verdubbelt minder snel. De verdubbelingstijd van de bevolking van Gabon is dus langer.
- c** Er geldt $g^{11,5} = 2$ met g de groeifactor per jaar.
 $g^{11,5} = 2$ geeft $g = 2^{\frac{1}{11,5}} \approx 1,062$
 Het groeipercentage per jaar was 6,2%.

Bladzijde 113

- 15** Voor de loopkevers in Drenthe geldt $g^{12} = \frac{1}{2}$ met g de groeifactor per jaar.
 $g^{12} = \frac{1}{2}$ geeft $g^{27} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{27}{12}} \approx 0,210$ en dat betekent een **afname** van 79% in 27 jaar.
 Dit is in lijn met het onderzoek in Duitsland.
- 16 a** In periode I is de groeifactor per jaar 1,097.
 Daarbij hoort een verdubbelingstijd van $7,48\dots \approx 7$ jaar.
 In periode II is de groeifactor per jaar 1,038.
 Daarbij hoort een verdubbelingstijd van $18,58\dots \approx 19$ jaar.
 In periode III is de groeifactor per jaar 1,050.
 Daarbij hoort een verdubbelingstijd van $14,20\dots \approx 14$ jaar.
 In periode IV is de groeifactor per jaar 1,039.
 Daarbij hoort een verdubbelingstijd van $18,11\dots \approx 18$ jaar.
- b** Bij de periode 2000 t/m 2012 hoort een groeifactor van
 $1,097^4 \cdot 1,038^2 \cdot 1,050^2 \cdot 1,039^5 \approx 2,083$.
 De zorgkosten zijn in de periode 2000 t/m 2012 dus verdubbeld.

- c Er geldt $g^{26} = 2$ met g de groeifactor per jaar.
 $g^{26} = 2$ geeft $g = 2^{\frac{1}{26}} \approx 1,027$
 Het groeipcentage per jaar was 2,7%.
- d In 2015 waren de uitgaven $\frac{100 \text{ miljard}}{1,027^3} \approx 92$ miljard euro.

- 17 Bij groeipcentage 20% hoort $g = 1,20$.
 Bij groeipcentage 40% hoort $g = 1,40$.
 Voer in $y_1 = 1,20^x$, $y_2 = 1,40^x$ en $y_3 = 2$.
 De optie snijpunt bij y_1 en y_3 geeft $x \approx 3,802$.
 De optie snijpunt bij y_2 en y_3 geeft $x \approx 2,060$.
 $\frac{2,060}{3,802} \approx 0,54$

Een verdubbeling van het groeipcentage heeft dus in het algemeen geen halvering van de verdubbelingstijd als gevolg.

- 18 Stel in de laatste 2 jaar is g de vermenigvuldigingsfactor per jaar.
 Er geldt dan $1,12^3 \cdot g^2 = 2$.
 Dit geeft $g^2 = \frac{2}{1,12^3}$, dus $g = \sqrt{\frac{2}{1,12^3}} \approx 1,193$.
 Het jaarlijkse toenamepercentage voor de laatste twee jaar is 19,3%.

Bladzijde 114

- 19 a Op $t = 0$ zijn er N exemplaren.
 Na T jaar zijn er $2N$ exemplaren.
 Na $2T$ jaar zijn er $4N$ exemplaren.
 Na $3T$ jaar zijn er $8N$ exemplaren.
 Na $4T$ jaar zijn er $16N$ exemplaren.
 Dus na drie keer T jaar zijn er 8 keer zoveel exemplaren en na vier keer T jaar zijn er 16 keer zoveel exemplaren.
- b $10\,000 + 30\,000 = 40\,000$ exemplaren, dus dat is vier keer zoveel.
 Dat duurt twee verdubbelingstijden, oftewel $2 \cdot 1,5 = 3$ jaar.
- c Dan duurt het dus $2 \cdot 5 = 10$ jaar.

10.2 Groeipercents en formules

Bladzijde 116

- 20 a
- | | | | | | | |
|-----------------|---|----|-----|------|--------|---------|
| tijd in jaren | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| hoeveelheid N | 2 | 18 | 162 | 1458 | 13 122 | 118 098 |
- b $\frac{162}{2} = \frac{1458}{18} = \frac{13\,122}{162} = \frac{118\,098}{1458} = 81$, dus met 81.
- c Vermenigvuldigen met 4,5 per halfjaar geeft een vermenigvuldiging met $4,5 \cdot 4,5 = 20,25$ per jaar.
 Dat is meer dan 9, dus per halfjaar wordt N dus met minder dan 4,5 vermenigvuldigd.

Bladzijde 117

- 21 a $g_{\frac{1}{4} \text{ uur}} = 1,12$
 $g_{\text{uur}} = 1,12^4 \approx 1,574$
 De toename per uur is 57,4%.
- b $g_{15 \text{ minuten}} = 1,12$
 $g_{5 \text{ minuten}} = 1,12^{\frac{1}{3}} \approx 1,038$
 De toename per vijf minuten is 3,8%.
- c $g_{\text{uur}} = 1,12^4$
 $g_{5 \text{ uur}} = (1,12^4)^5 = 1,12^{20} \approx 9,65$
 De toename per 5 uur is 865%.

- 22 a** $g_{\text{dag}} = 0,84$
 $g_{\text{week}} = 0,84^7 \approx 0,295$
- b** $g_{\text{dag}} = 0,84$
 $g_{\text{uur}} = 0,84^{\frac{1}{24}} \approx 0,993$
 De afname per uur is 0,7%.
- c** $g_{\text{dag}} = 0,84$
 $g_{\text{kwartier}} = 0,84^{\frac{1}{6}} \approx 0,9982$
 De afname per kwartier is 0,18%.

Bladzijde 118

- 23 a** $g_{\text{jaar}} = 1,066$
 $g_{10 \text{ jaar}} = 1,066^{10} \approx 1,895$
 De toename per 10 jaar is 89,5%.
- b** $g_{\text{uur}} = 0,805$
 $g_{\text{kwartier}} = 0,805^{\frac{1}{4}} \approx 0,947$
 De afname per kwartier is 5,3%.
- c** $g_{\text{jaar}} = 1,0008$
 $g_{\text{eeuw}} = 1,0008^{100} \approx 1,083$
 De toename per eeuw is 8,3%.
- d** $g_{\text{week}} = 2,80$
 $g_{\text{dag}} = 2,80^{\frac{1}{7}} \approx 1,158$
 De toename per dag is 15,8%.
- 24 a** $g_{48 \text{ maanden}} = 2$
 $g_{\text{maand}} = 2^{\frac{1}{48}} \approx 1,015$
 Het groeipercentage per maand is 1,5%.
- b** $1,5 \text{ jaar} = 1,5 \cdot 52 = 78 \text{ weken}$
 $g_{78 \text{ weken}} = 2$
 $g_{\text{week}} = 2^{\frac{1}{78}} \approx 1,009$
 Het groeipercentage per week is 0,9%.
- c** $15 \text{ seconden} = \frac{1}{4} \text{ minuut}$
 $g_{\frac{1}{4} \text{ minuut}} = \frac{1}{2}$
 $g_{\text{minuut}} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \approx 0,063$
 De afname per minuut is 93,7%.

- 25 a** Bij een toename van 5% per dag hoort $g_{\text{dag}} = 1,05$, dus $g_{\text{week}} = 1,05^7 \approx 1,407$.
 De toename per week is dus ongeveer 40,7%.
- b** Bij een afname van 20% per uur hoort $g_{\text{uur}} = 0,8$, dus $g_{\text{kwartier}} = 0,8^{\frac{1}{4}} \approx 0,946$.
 De afname per kwartier is dus ongeveer 5,4%.

- 26 a** $g_{3 \text{ jaar}} = 2,5$
 $g_{\text{jaar}} = 2,5^{\frac{1}{3}} \approx 1,357$
 Het groeipercentage per jaar is 35,7%.
- b** $g_{5 \text{ jaar}} = 2$
 $g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{5}} \approx 1,149$
 Het groeipercentage per jaar is 14,9%.
- c** $g_{12 \text{ jaar}} = 0,78$
 $g_{\text{jaar}} = 0,78^{\frac{1}{12}} \approx 0,9795 \dots \approx 0,980$
 De afname per jaar is 2,0%.

Bladzijde 119

- 27**
- Voor de hoeveelheid wereldwijd geproduceerd plastic geldt:

$$g_{39 \text{ jaar}} = \frac{250}{44}, \text{ dus } g_{\text{jaar}} = \left(\frac{250}{44}\right)^{\frac{1}{39}} \approx 1,046.$$

Het groeipercentage per jaar is 4,6%.

Voor de hoeveelheid microplastic in de lagen van de bodem geldt:

$$g_{22 \text{ jaar}} = \frac{17}{6}, \text{ dus } g_{\text{jaar}} = \left(\frac{17}{6}\right)^{\frac{1}{22}} \approx 1,048.$$

Het groeipercentage per jaar is 4,8%.

Dus de hoeveelheden nemen met ongeveer hetzelfde percentage toe.

$$\begin{aligned} \mathbf{28} \quad g_{6 \text{ jaar}} &= 12 \\ g_{\text{jaar}} &= 12^{\frac{1}{6}} \approx 1,513 \end{aligned}$$

Het totaal pickvermogen eind 2017 was $\frac{4400}{1,513} \approx 2908$ megawattpiek.Dus op daken van particulieren was $0,58 \cdot 2908 \approx 1687$ megawattpiek geïnstalleerd.

$$\mathbf{29} \quad \mathbf{a} \quad g_{4 \text{ uur}} = \frac{300\,000}{50\,000} = 6 \text{ geeft } g_{\text{uur}} = 6^{\frac{1}{4}} \approx 1,565$$

- b**
- De formule is
- $N = b \cdot 1,565^t$
- .

Invullen van $t = 5$ en $N = 50\,000$ geeft $b \cdot 1,565^5 = 50\,000$.**Bladzijde 120**

$$\mathbf{30} \quad \mathbf{a} \quad N = b \cdot g^t \text{ met } g_{7 \text{ uur}} = \frac{4100}{1600}, \text{ dus } g_{\text{uur}} = \left(\frac{4100}{1600}\right)^{\frac{1}{7}} = 1,1438\dots$$

$$\left. \begin{aligned} N &= b \cdot 1,1438\dots^t \\ t = 3 \text{ en } N &= 1600 \end{aligned} \right\} b \cdot 1,1438\dots^3 = 1600$$

$$b = \frac{1600}{1,1438\dots^3} \approx 1100$$

Dus $N = 1100 \cdot 1,144^t$.

$$\mathbf{b} \quad B = b \cdot g^t \text{ met } g_{5 \text{ uur}} = \frac{1250\,000}{150\,000}, \text{ dus } g_{\text{uur}} = \left(\frac{1250\,000}{150\,000}\right)^{\frac{1}{5}} = 1,5281\dots$$

$$\left. \begin{aligned} B &= b \cdot 1,5281\dots^t \\ t = 3 \text{ en } B &= 150\,000 \end{aligned} \right\} b \cdot 1,5281\dots^3 = 150\,000$$

$$b = \frac{150\,000}{1,5281\dots^3} \approx 42\,034$$

Dus $B = 42\,000 \cdot 1,528^t$.

$$\mathbf{c} \quad H = b \cdot g^t \text{ met } g_{3 \text{ dagen}} = \frac{0,47}{0,60}, \text{ dus } g_{\text{dag}} = \left(\frac{0,47}{0,60}\right)^{\frac{1}{3}} = 0,9218\dots$$

$$\left. \begin{aligned} H &= b \cdot 0,9218\dots^t \\ t = 5 \text{ en } H &= 0,60 \end{aligned} \right\} b \cdot 0,9218\dots^5 = 0,60$$

$$b = \frac{0,60}{0,9218\dots^5} \approx 0,90$$

Dus $H = 0,90 \cdot 0,922^t$.**Bladzijde 121**

$$\mathbf{31} \quad \mathbf{a} \quad N = b \cdot g^t \text{ met } g_{6 \text{ dagen}} = \frac{2510}{1040}, \text{ dus } g_{\text{dag}} = \left(\frac{2510}{1040}\right)^{\frac{1}{6}} = 1,1581\dots$$

$$\left. \begin{aligned} N &= b \cdot 1,1581\dots^t \\ t = 4 \text{ en } N &= 1040 \end{aligned} \right\} b \cdot 1,1581\dots^4 = 1040$$

$$b = \frac{1040}{1,1581\dots^4} \approx 578$$

Dus $N = 580 \cdot 1,158^t$.

$$\mathbf{b} \quad N = b \cdot g^t \text{ met } g_{5 \text{ dagen}} = \frac{200}{800}, \text{ dus } g_{\text{dag}} = \left(\frac{200}{800}\right)^{\frac{1}{5}} = 0,7578\dots$$

$$\left. \begin{aligned} N &= b \cdot 0,7578\dots^t \\ t = 2 \text{ en } N &= 800 \end{aligned} \right\} b \cdot 0,7578\dots^2 = 800$$

$$b = \frac{800}{0,7578\dots^2} \approx 1393$$

Dus $N = 1400 \cdot 0,758^t$.

$$32 \quad a \quad \frac{6,05}{4,89} \approx 1,24; \quad \frac{7,49}{6,05} \approx 1,24; \quad \frac{9,27}{7,49} \approx 1,24; \quad \frac{11,47}{9,27} \approx 1,24$$

De quotiënten zijn bij benadering gelijk, dus je mag uitgaan van exponentiële groei.

$$b \quad g_{32 \text{ verdiepingen}} = \frac{11,47}{4,89}, \text{ dus } g_{\text{verdieping}} = \left(\frac{11,47}{4,89} \right)^{\frac{1}{32}} = 1,0270...$$

De totale bouwkosten bij 20 verdiepingen bedragen $4,89 \cdot 1,0270...^{20} \approx 8,33$ miljoen euro.

$$c \quad K = b \cdot g^n \text{ met } b = 4,89 \text{ en } g = 1,027 \text{ geeft } K = 4,89 \cdot 1,027^n.$$

Los op $4,89 \cdot 1,027^n = 10,3$.

Voer in $y_1 = 4,89 \cdot 1,027^x$ en $y_2 = 10,3$.

De optie snijpunt geeft $x = 27,96...$

Zij kan dus 27 verdiepingen bouwen van dit bedrag.

Bladzijde 122

$$33 \quad a \quad g_{8 \text{ jaar}} = \frac{1000}{700}, \text{ dus } g_{\text{jaar}} = \left(\frac{1000}{700} \right)^{\frac{1}{8}} \approx 1,046.$$

2008 is 13 jaar na 1995, dus in 1995 waren er $\frac{700}{1,046^{13}} \approx 390$ broedparen.

$$b \quad N = b \cdot g^t \text{ met } b = 700, g = 1,046 \text{ en } t \text{ de tijd in jaren met } t = 0 \text{ in 2008 geeft}$$

$$N = 700 \cdot 1,046^t.$$

Los op $700 \cdot 1,046^t = 1500$.

Voer in $y_1 = 700 \cdot 1,046^x$ en $y_2 = 1500$.

De optie snijpunt geeft $x = 16,94...$

Dus in het jaar $2008 + 17 = 2025$.

$$34 \quad a \quad V = b \cdot g^t \text{ met } V \text{ het verlies van het zicht van de patiënt in procenten en } t \text{ de tijd in dagen.}$$

$$g_{39 \text{ dagen}} = \frac{9}{56}, \text{ dus } g_{\text{dag}} = \left(\frac{9}{56} \right)^{\frac{1}{39}} = 0,9542...$$

$$\left. \begin{array}{l} V = b \cdot 0,9542...^t \\ t = 10 \text{ en } V = 56 \end{array} \right\} b \cdot 0,9542...^{10} = 56$$

$$b = \frac{56}{0,9542...^{10}} = 89,48...$$

Dus op het moment dat de patiënt last kreeg, was het verlies van het zicht 89,5%.

$$b \quad \text{Los op } 89,5 \cdot 0,954^t = 1.$$

Voer in $y_1 = 89,5 \cdot 0,954^x$ en $y_2 = 1$.

De optie snijpunt geeft $x = 95,43...$

Dus na 95,4 dagen, dat is ongeveer 14 weken.

$$35 \quad \text{In 2025 zijn er naar verwachting } 313 \cdot 1,095^{10} \approx 776 \text{ mannelijke 100-plussers.}$$

$$\text{Voor de vrouwen geldt } g_{15 \text{ jaar}} = \frac{2112}{928}, \text{ dus } g_{\text{jaar}} = \left(\frac{2112}{928} \right)^{\frac{1}{15}} = 1,0563...$$

In 2025 zijn er dus naar verwachting $2112 \cdot 1,0563...^{10} \approx 3654$ vrouwelijke 100-plussers.

Dus naar verwachting is in 2025 van de 100-plussers $\frac{776}{3654 + 776} \times 100\% \approx 17,5\%$ man.

$$36 \quad H = b \cdot g^n \text{ met } b = 5 \text{ en } g_{3 \text{ stuiter}} = \frac{2,56}{5}, \text{ dus } g_{\text{stuiter}} = \left(\frac{2,56}{5} \right)^{\frac{1}{3}} = 0,8.$$

$H = 5 \cdot 0,8^n$ met H de maximale hoogte in meters na n keer stuiteren.

De afgelegde afstand is $5 + 2 \cdot 5 \cdot 0,8 + 2 \cdot 5 \cdot 0,8^2 + 2 \cdot 2,56 = 24,52$ meter = 2452 cm.

10.3 Logaritmen

Bladzijde 124

$$37 \quad a \quad x = 3$$

$$d \quad x = 4$$

$$b \quad x = 2$$

$$e \quad x = \frac{1}{2}$$

$$c \quad x = 6$$

$$f \quad x = -1$$

Bladzijde 125

38 a De afspraak ${}^s\log(g^a) = a$. Je krijgt ${}^3\log(\frac{1}{27}) = {}^3\log(\frac{1}{3^3}) = {}^3\log(3^{-3}) = -3$.

b De afspraak $g^{{}^s\log(x)} = x$. Je krijgt $3^{{}^3\log(50)} = 50$.

c De afspraak ${}^s\log(x) = a$ betekent $x = g^a$. Je krijgt ${}^3\log(x) = 5$ geeft $x = 3^5 = 243$.

39 a ${}^2\log(32) = 5$, want $2^5 = 32$

b ${}^2\log(4) = 2$, want $2^2 = 4$

c ${}^2\log(1) = 0$, want $2^0 = 1$

d ${}^3\log(27) = 3$, want $3^3 = 27$

e ${}^3\log(\frac{1}{3}) = -1$, want $3^{-1} = \frac{1}{3}$

f ${}^5\log(25) = 2$, want $5^2 = 25$

40 a ${}^4\log(16) = 2$

d ${}^5\log(\frac{1}{5}) = -1$

g ${}^2\log(2) = 1$

b ${}^{10}\log(1000) = 3$

e ${}^6\log(1) = 0$

h ${}^2\log(\frac{1}{4}) = -2$

c ${}^3\log(\sqrt{3}) = \frac{1}{2}$

f ${}^{10}\log(\frac{1}{10}) = -1$

i ${}^4\log(0,25) = -1$

41 a ${}^2\log(256\sqrt{2}) = {}^2\log(2^8 \cdot 2^{\frac{1}{2}}) = {}^2\log(2^{8\frac{1}{2}}) = 8\frac{1}{2}$

b ${}^3\log(\frac{1}{9}\sqrt{3}) = {}^3\log(\frac{1}{3^2} \cdot 3^{\frac{1}{2}}) = {}^3\log(3^{-1\frac{1}{2}}) = -1\frac{1}{2}$

c ${}^{\frac{1}{2}}\log(4 \cdot \sqrt[3]{2}) = {}^{\frac{1}{2}}\log((\frac{1}{2})^{-2} \cdot (\frac{1}{2})^{-\frac{1}{3}}) = {}^{\frac{1}{2}}\log((\frac{1}{2})^{-2\frac{1}{3}}) = -2\frac{1}{3}$

42 a Omdat $2^{-2} = \frac{1}{4}$ en dus niet $2^{-2} = -4$.

b Omdat $1^8 = 1$ en dus niet $1^8 = 8$.

c Er geldt $1^8 = 1$, maar bijvoorbeeld ook $1^7 = 1$, dus dan zou ${}^1\log(1)$ ook gelijk aan 7 moeten zijn.

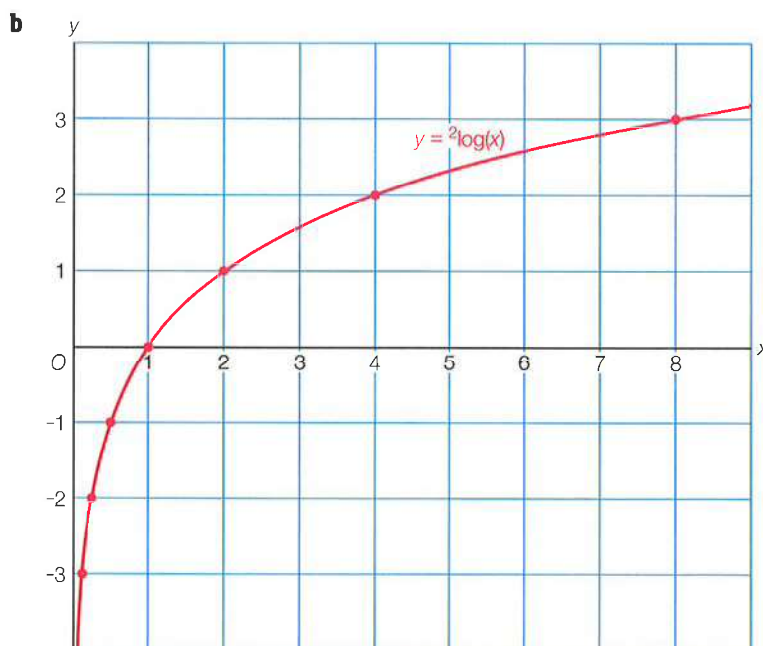
Dit kan natuurlijk niet.

d $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$ en dus niet $(-2)^{-3} = 8$.

Het klopt dus niet.

43 a

x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = {}^2\log(x)$	-3	-2	-1	0	1	2	3



Bladzijde 127

- 44** a ${}^3\log(5) \approx 1,46$ d ${}^{\frac{1}{3}}\log(10) + \log(\frac{1}{3}) \approx -2,57$
 b ${}^{\frac{1}{2}}\log(18) \approx -1,49$ e $3 \cdot {}^2\log(7) \approx 8,42$
 c ${}^2\log(20) - {}^2\log(6) \approx 1,74$ f $\frac{5}{{}^4\log(12)} \approx 2,79$
- 45** a $N = 50 \cdot {}^5\log(t) = 50 \cdot \frac{\log(t)}{\log(5)} = \frac{50}{\log(5)} \cdot \log(t) \approx 71,5 \cdot \log(t)$
 Dus $N = 71,5 \cdot \log(t)$.
 b $P = 100 - {}^{\frac{1}{2}}\log(q) = 100 - \frac{\log(q)}{\log(\frac{1}{2})} = 100 - \frac{1}{\log(\frac{1}{2})} \cdot \log(q) \approx 100 + 3,3 \cdot \log(q)$
 Dus $P = 100 + 3,3 \cdot \log(q)$.
 c $K = 7 \cdot {}^2\log(x) + 6 \cdot {}^4\log(x) = 7 \cdot \frac{\log(x)}{\log(2)} + 6 \cdot \frac{\log(x)}{\log(4)} = \frac{7}{\log(2)} \cdot \log(x) + \frac{6}{\log(4)} \cdot \log(x)$
 $= \left(\frac{7}{\log(2)} + \frac{6}{\log(4)} \right) \cdot \log(x) \approx 33,2 \cdot \log(x)$
 Dus $K = 33,2 \cdot \log(x)$.
- 46** a $h = 29$ geeft $m = 37 \cdot \log(29) + 31 \approx 85$
 Dus 85 jaar.
 b $m = 75$ geeft $37 \cdot \log(h) + 31 = 75$
 Voer in $y_1 = 37 \cdot \log(x) + 31$ en $y_2 = 75$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 15$.
 Dus 15 jaar.
 c Bij de vuistregel hoort de formule $m = 7h$.
 Voer in $y_2 = 7x$.
 De optie snijpunt geeft $x = 9,62...$
 Dus vanaf $h = 10$.

Bladzijde 128

- 47** a $B = 11\,275$ geeft $V = 1139 \cdot \log(11\,275) - 4539 \approx 887$
 Dus $907 - 887 = 20$ kcal per persoon per dag meer.
 b $B = 22\,591$ geeft $V = 1139 \cdot \log(22\,591) - 4539 \approx 1291$
 $1017 < 1291$, dus Nederland gaat zuiniger om met voedsel dan op basis van de formule verwacht mag worden.
 c Dat betekent dat mensen in Zimbabwe minder voedsel kopen dan ze nodig hebben.
 d $V = 0$ geeft $1139 \cdot \log(B) - 4539 = 0$
 Voer in $y_1 = 1139 \cdot \log(x) - 4539$.
 De optie nulpunt geeft $x \approx 2454$.
 Dus bij bestedingen van 2454 dollar per persoon per jaar is de voedselverspilling gelijk aan 0.
 e Het gaat om voedselverspilling per persoon per dag. Dat is een gemiddelde. Er zullen in India zowel mensen zijn die minder voedsel kopen dan ze nodig hebben als mensen die meer voedsel kopen dan ze nodig hebben.

Bladzijde 129

- 48** a De afspraak ${}^a\log(x) = a$ betekent $x = g^a$.
 b $y = 4 + 3^x$
 $3^x = y - 4$
 $x = {}^3\log(y - 4)$

Bladzijde 130

- 49** a $N = \log(x - 4) - 3$
 $\log(x - 4) = N + 3$
 $x - 4 = 10^{N+3}$
 $x = 4 + 10^N \cdot 10^3$
 $x = 4 + 1000 \cdot 10^N$
 Dus $a = 4$ en $b = 1000$.

- b** $y = 2 + 4^{x-3}$
 $4^{x-3} = y - 2$
 $x - 3 = {}^4\log(y - 2)$
 $x = 3 + {}^4\log(y - 2)$
- c** $P = 2 \cdot {}^3\log(x) - 4$
 $2 \cdot {}^3\log(x) = P + 4$
 ${}^3\log(x) = \frac{1}{2}P + 2$
 $x = 3^{\frac{1}{2}P + 2} = 3^{\frac{1}{2}P} \cdot 3^2 = 3^2 \cdot (3^{\frac{1}{2}})^P \approx 9 \cdot 1,732^P$
Dus $x = 9 \cdot 1,732^P$
- d** $K = 10 - 2 \cdot 4^x$
 $2 \cdot 4^x = 10 - K$
 $4^x = 5 - \frac{1}{2}K$
 $x = {}^4\log(5 - \frac{1}{2}K)$

- 50 a** $M = {}^2\log(2t - 6)$
 $2t - 6 = 2^M$
 $2t = 6 + 2^M$
 $t = 3 + \frac{1}{2} \cdot 2^M = 3 + 2^{M-1}$
- b** $F = 16 - 2^{2N-1}$
 $2^{2N-1} = 16 - F$
 $2N - 1 = {}^2\log(16 - F)$
 $2N = 1 + {}^2\log(16 - F)$
 $N = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot {}^2\log(16 - F)$
- c** $x = 3^{0,25y - 0,6}$
 $0,25y - 0,6 = {}^3\log(x)$
 $0,25y = 0,6 + {}^3\log(x)$
 $y = 2,4 + 4 \cdot {}^3\log(x)$
Dus $a = 2,4$ en $b = 4$.
- d** $y = \log(2x + 3) - 0,8$
 $\log(2x + 3) = y + 0,8$
 $2x + 3 = 10^{y+0,8}$
 $2x = -3 + 10^y \cdot 10^{0,8}$
 $x = -1,5 + \frac{1}{2} \cdot 10^{0,8} \cdot 10^y \approx -1,5 + 3,15 \cdot 10^y$
Dus $a = -1,5$ en $b = 3,15$.

- 51 a** $Z = {}^3\log(4n + 1) - 6$
 ${}^3\log(4n + 1) = Z + 6$
 $4n + 1 = 3^{Z+6}$
 $4n = -1 + 3^Z \cdot 3^6$
 $n = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot 3^6 \cdot 3^Z = -\frac{1}{4} + 182\frac{1}{4} \cdot 3^Z$
Dus $n = -\frac{1}{4} + 182\frac{1}{4} \cdot 3^Z$.
- b** $y = 3 + 2^{2x-3}$
 $2^{2x-3} = y - 3$
 $2x - 3 = {}^2\log(y - 3)$
 $2x = 3 + \frac{\log(y - 3)}{\log(2)}$
 $x = 1\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot \log(2)} \cdot \log(y - 3) \approx 1,5 + 1,66 \cdot \log(y - 3)$
Dus $a = 1,5$ en $b = 1,66$.
- c** $D = \log(\sqrt{E}) - 1\frac{1}{2}$
 $\log(\sqrt{E}) = D + 1\frac{1}{2}$
 $\sqrt{E} = 10^{D+1\frac{1}{2}}$
 $E = (10^{D+1\frac{1}{2}})^2 = 10^{2D+3}$
Dus $E = 10^{2D+3}$.

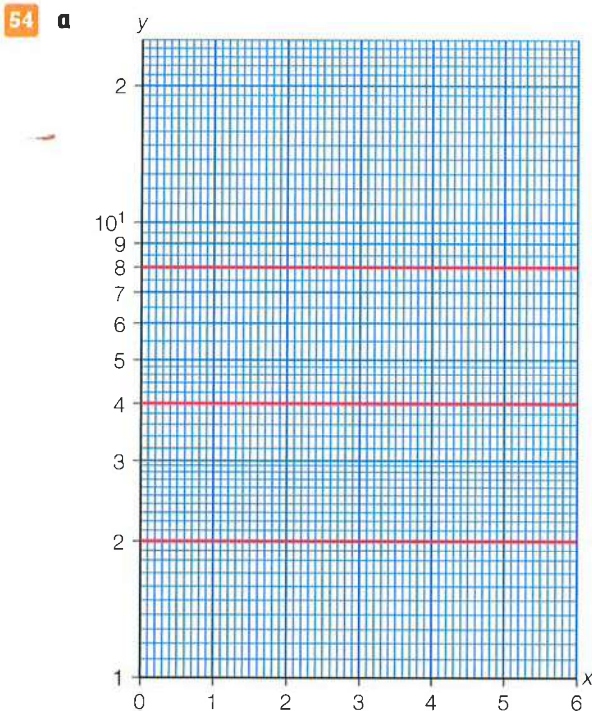
10.4 Werken met logaritmen

Bladzijde 132

- 52 a** De walvis is $\frac{100\,000}{10} = 10\,000$ keer zo zwaar als de wasbeer en $\frac{100\,000}{0,002} = 50\,000\,000$ keer zo zwaar als de kolibrie.
- b** Het verschil in gewicht tussen het zwaarste en het lichtste dier is 99 999 998 gram. De getallenlijn moet dus 99 999 998 mm $\approx$ 100 km lang worden.
- c** De getallenlijn moet dan ongeveer 100 mm = 10 cm lang worden. Het verschil in gewicht tussen de lichtere dieren zal niet meer afleesbaar zijn.

Bladzijde 133

- 53 a** Bij *A* hoort 1,3, bij *B* hoort 7,5, bij *C* hoort 23 en bij *D* hoort 55.
- b** Bij 9,5 en 2,4 is een lijn getekend.
- c** De getallen worden dan allemaal $10^3 = 1000$ keer zo groot, dus bij *B* hoort 7500, bij *C* hoort 23 000 en bij *D* hoort 55 000.



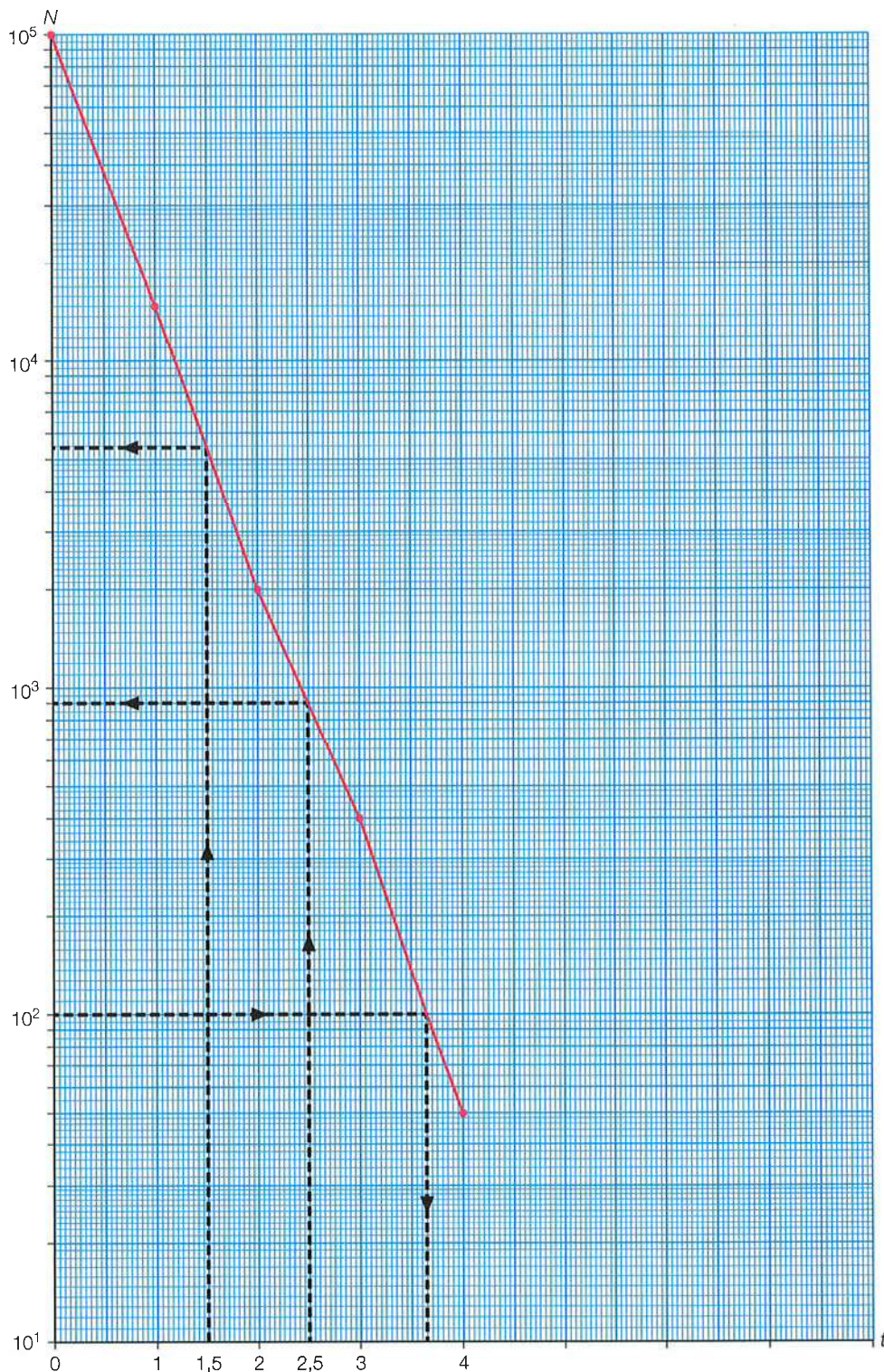
De afstanden zijn gelijk.

- b** Jan tekent de lijn $y = 18$, want $3 \cdot 6 = 18$.
- c** Hierbij horen de formules $y = 54$, $y = 162$ en $y = 486$.

Bladzijde 134

55

a



b Zie de figuur.

Bij $t = 1,5$ lees je af $N = 5500$ en bij $t = 2,5$ lees je af $N = 900$.

c Zie de figuur.

Na ongeveer 3,7 minuten.

56

a Bij soort A hoort gewicht 0,05 kg en populatiedichtheid 1000 per km^2 .Bij soort B hoort gewicht 500 kg en populatiedichtheid 1 per km^2 .Bij soort C hoort gewicht 4 kg en populatiedichtheid 70 per km^2 .b Lees met behulp van de rode lijn af dat bij 1 kg een populatiedichtheid van 100 per km^2 hoort.c 150 bavianen op 25 km^2 geeft populatiedichtheid $\frac{150}{25} = 6$ per km^2 .

Lees met behulp van de rode lijn af dat hierbij een gewicht van ongeveer 50 kg hoort.

Bladzijde 135

- 57 a** Dit volgt uit de afspraak ${}^g\log(x) = a$ betekent $x = g^a$.
b $N = 10^{0,1t+2,5} = 10^{0,1t} \cdot 10^{2,5} = 10^{2,5} \cdot (10^{0,1})^t \approx 316 \cdot 1,259^t$
 Dus $N = 316 \cdot 1,259^t$.

Bladzijde 136

- 58 a** Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.

$$\left. \begin{array}{l} t = 1 \text{ en } N = 30 \\ t = 7 \text{ en } N = 400 \end{array} \right\} g_{6 \text{ dagen}} = \frac{400}{30}$$

$$g_{\text{dag}} = \left(\frac{400}{30} \right)^{\frac{1}{6}} = 1,5398...$$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,5398...^t \\ t = 1 \text{ en } N = 30 \end{array} \right\} b \cdot 1,5398...^1 = 30$$

$$b = \frac{30}{1,5398...} \approx 19$$

Dus $N = 19 \cdot 1,540^t$.

- b** Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.

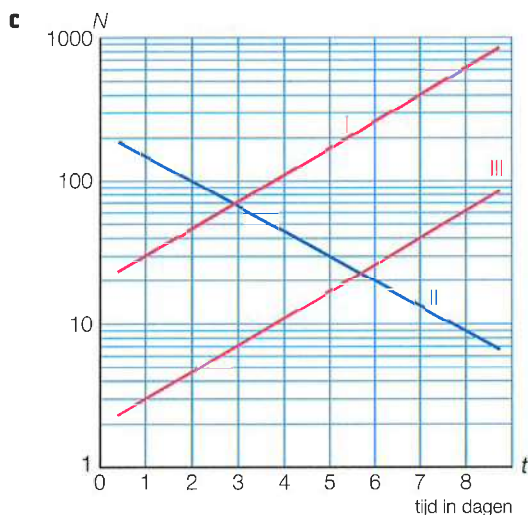
$$\left. \begin{array}{l} t = 2 \text{ en } N = 100 \\ t = 8 \text{ en } N = 9 \end{array} \right\} g_{6 \text{ dagen}} = \frac{9}{100}$$

$$g_{\text{dag}} = \left(\frac{9}{100} \right)^{\frac{1}{6}} = 0,6694...$$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 0,6694...^t \\ t = 2 \text{ en } N = 100 \end{array} \right\} b \cdot 0,6694...^2 = 100$$

$$b = \frac{100}{0,6694...^2} \approx 223$$

Dus $N = 223 \cdot 0,669^t$.



Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b \cdot g^t$.

$$\left. \begin{array}{l} t = 1 \text{ en } N = 3 \\ t = 7 \text{ en } N = 40 \end{array} \right\} g_{6 \text{ dagen}} = \frac{40}{3}$$

$$g_{\text{dag}} = \left(\frac{40}{3} \right)^{\frac{1}{6}} = 1,5398...$$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,5398...^t \\ t = 1 \text{ en } N = 3 \end{array} \right\} b \cdot 1,5398... = 3$$

$$b = \frac{3}{1,5398...} \approx 2$$

Dus $N = 2 \cdot 1,540^t$.

N.B. Omdat grafiek III evenwijdig is met grafiek I is $g = 1,540$. Verder zie je dat grafiek III door $(0, 2)$ gaat.

- 59 a** De grafieken van B en C zijn rechte lijnen, dus bij de planten B en C is sprake van exponentiële groei.

$$L_B = b \cdot g^t$$

$$\left. \begin{array}{l} t = 5 \text{ en } L_B = 80 \\ t = 30 \text{ en } L_B = 300 \end{array} \right\} g_{25 \text{ dagen}} = \frac{300}{80} = 3,75$$

$$g_{\text{dag}} = 3,75^{\frac{1}{25}} = 1,054\dots$$

$$\left. \begin{array}{l} L_B = b \cdot 1,054\dots^t \\ t = 5 \text{ en } L_B = 80 \end{array} \right\} b \cdot 1,054\dots^5 = 80$$

$$b = \frac{80}{1,054\dots^5} \approx 61$$

$$\text{Dus } L_B = 61 \cdot 1,05^t.$$

$$L_C = b \cdot g^t$$

$$\left. \begin{array}{l} t = 5 \text{ en } L_C = 40 \\ t = 25 \text{ en } L_C = 300 \end{array} \right\} g_{20 \text{ dagen}} = \frac{300}{40} = 7,5$$

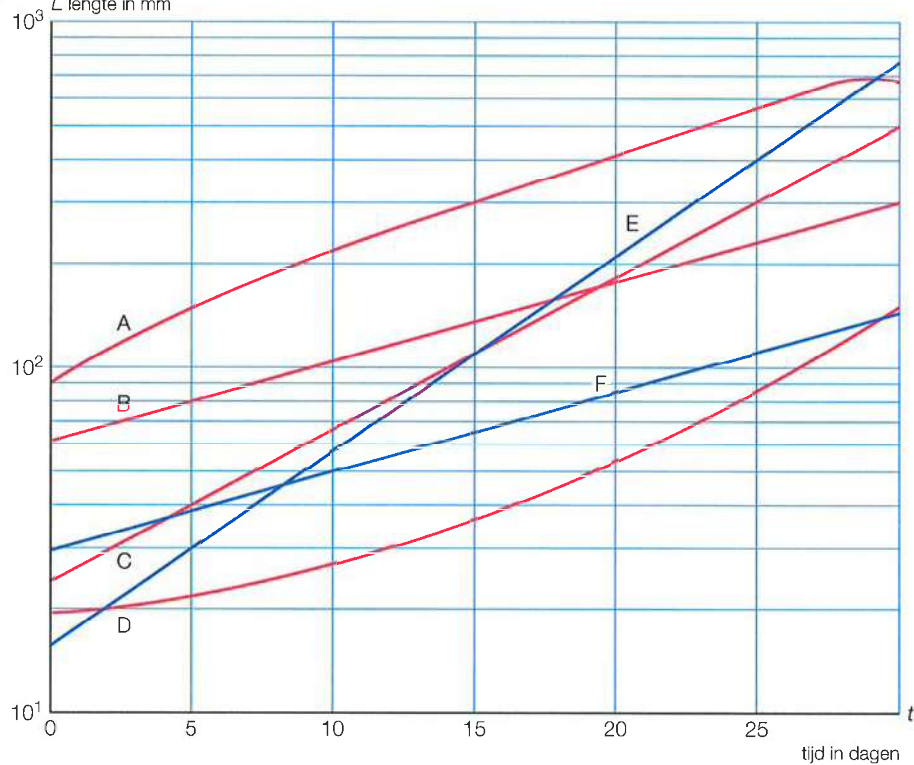
$$g_{\text{dag}} = 7,5^{\frac{1}{20}} = 1,105\dots$$

$$\left. \begin{array}{l} L_C = b \cdot 1,105\dots^t \\ t = 5 \text{ en } L_C = 40 \end{array} \right\} b \cdot 1,105\dots^5 = 40$$

$$b = \frac{40}{1,105\dots^5} \approx 24$$

$$\text{Dus } L_C = 24 \cdot 1,11^t.$$

b, c L lengte in mm



- c** De lijn van F gaat door (10, 5) en is evenwijdig met de lijn van B.

60**a**

De punten liggen vrijwel op een rechte lijn, dus het aantal patrijzen neemt exponentieel af.

b

$$N = b \cdot g^t$$

$$\left. \begin{array}{l} t = 1 \text{ en } N = 610 \\ t = 15 \text{ en } N = 75 \end{array} \right\} g_{14 \text{ jaar}} = \frac{75}{610}$$

$$g_{\text{jaar}} = \left(\frac{75}{610} \right)^{\frac{1}{14}} = 0,8609...$$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 0,8609...^t \\ t = 1 \text{ en } N = 610 \end{array} \right\} b \cdot 0,8609...^1 = 610$$

$$b = \frac{610}{0,8609...} \approx 709$$

$$\text{Dus } N = 710 \cdot 0,861^t.$$

Bladzijde 137**61**

a Lees in de figuur de punten $(1990, 10^6)$ en $(2010, 10^9)$ af.

$$g_{20 \text{ jaar}} = \frac{10^9}{10^6} = 10^3, \text{ dus } g_{2 \text{ jaar}} = (10^3)^{\frac{1}{10}} = 1,995...$$

Dus de wet van Moore heeft standgehouden.

b

$$N = 10^9 \cdot 2^t \text{ met } t \text{ in tweetallen jaren en } t = 0 \text{ in } 2010.$$

Bij 2025 hoort $t = 7,5$.

$$t = 7,5 \text{ geeft } N = 10^9 \cdot 2^{7,5} \approx 1,8 \cdot 10^{11}$$

- 62 a** Voer in $y_1 = \log(x + 5)$, $y_2 = \log(x) + \log(5)$ en $y_3 = \log(5x)$.

X	Y1	Y2	Y3
0	0.6989	ERROR	ERROR
1	0.7781	0.6989	0.6989
2	0.845	1	1
3	0.903	1.176	1.176

De formules $y_2 = \log(x) + \log(5)$ en $y_3 = \log(5x)$ komen op hetzelfde neer.

- b** Voer in $y_1 = \log(x - 5)$, $y_2 = \log(x) - \log(5)$ en $y_3 = \log\left(\frac{x}{5}\right)$.

X	Y1	Y2	Y3
0	ERROR	ERROR	ERROR
1	ERROR	-0.698	-0.698
2	ERROR	-0.397	-0.397
3	ERROR	-0.221	-0.221

De formules $y_2 = \log(x) - \log(5)$ en $y_3 = \log\left(\frac{x}{5}\right)$ komen op hetzelfde neer.

- c** Voer in $y_1 = \log(x^3)$, $y_2 = (\log(x))^3$ en $y_3 = 3 \cdot \log(x)$.

X	Y1	Y2	Y3
0	ERROR	ERROR	ERROR
1	0	0	0
2	0.903	0.0272	0.903
3	1.4313	0.1086	1.4313

De formules $y_1 = \log(x^3)$ en $y_3 = 3 \cdot \log(x)$ komen op hetzelfde neer.

Bladzijde 138

- 63 a** $N = {}^2\log(64x) = {}^2\log(64) + {}^2\log(x) = 6 + \frac{{}^5\log(x)}{{}^5\log(2)} = 6 + \frac{1}{{}^5\log(2)} \cdot {}^5\log(x) \approx 6 + 2,32 \cdot {}^5\log(x)$

Dus $N = 6 + 2,32 \cdot {}^5\log(x)$.

- b** $N\left(\frac{1}{2}x\right) = 31,3 + 24,9 \cdot \log\left(\frac{1}{2}x\right)$
 $= 31,3 + 24,9(\log\left(\frac{1}{2}\right) + \log(x))$
 $= 31,3 + 24,9 \cdot \log\left(\frac{1}{2}\right) + 24,9 \cdot \log(x)$
 $= 31,3 + 24,9 \cdot \log(x) - 7,49\dots$

Dus $N\left(\frac{1}{2}x\right) \approx N(x) - 7,5$ en hiermee is aangetoond dat N met ongeveer 7,5 afneemt als x halveert.

- c** $N(3x) = 31,3 + 24,9 \cdot \log(3x)$
 $= 31,3 + 24,9(\log(3) + \log(x))$
 $= 31,3 + 24,9 \cdot \log(3) + 24,9 \cdot \log(x)$
 $= 31,3 + 24,9 \cdot \log(x) + 11,88\dots$

Dus $N(3x) \approx N(x) + 11,88$ en hiermee is aangetoond dat N met ongeveer 11,88 toeneemt als x verdrievoudigt.

Bladzijde 139

- 64 a** $N = {}^3\log(81x) = {}^3\log(81) + {}^3\log(x) = 4 + \frac{\log(x)}{\log(3)} = 4 + \frac{1}{\log(3)} \cdot \log(x) \approx 4 + 2,10 \cdot \log(x)$

Dus $N = 4 + 2,10 \cdot \log(x)$.

- b** $N = \log(150x) = \log(150) + \log(x) = \log(150) + \frac{{}^2\log(x)}{{}^2\log(10)} = \log(150) + \frac{1}{{}^2\log(10)} \cdot {}^2\log(x)$
 $\approx 2,18 + 0,30 \cdot {}^2\log(x)$

Dus $N = 2,18 + 0,30 \cdot {}^2\log(x)$.

65 a $N(2x) = 40 + 9,97 \cdot \log(2x)$
 $= 40 + 9,97(\log(2) + \log(x))$
 $= 40 + 9,97 \cdot \log(2) + 9,97 \cdot \log(x)$
 $= 40 + 9,97 \cdot \log(x) + 3,00\dots$

Dus $N(2x) \approx N(x) + 3$.

Als x verdubbelt, dan neemt N met 3 toe.

b $N(2x) = 653 - 33,2 \cdot \log(2x)$
 $= 653 - 33,2(\log(2) + \log(x))$
 $= 653 - 33,2 \cdot \log(2) - 33,2 \cdot \log(x)$
 $= 653 - 33,2 \cdot \log(x) - 9,99\dots$

Dus $N(2x) \approx N(x) - 10$.

Als x verdubbelt, dan neemt N met 10 af.

66 a $N(2x) = 50 + b \cdot \log(2x)$
 $= 50 + b(\log(2) + \log(x))$
 $= 50 + b \cdot \log(2) + b \cdot \log(x)$
Dus $N(2x) = N(x) + b \cdot \log(2)$
 $b \cdot \log(2) = 15$ geeft $b = \frac{15}{\log(2)} \approx 49,83$

Dus $b = 49,83$.

b $N(\frac{1}{2}x) = 50 + b \cdot \log(\frac{1}{2}x)$
 $= 50 + b(\log(\frac{1}{2}) + \log(x))$
 $= 50 + b \cdot \log(\frac{1}{2}) + b \cdot \log(x)$
Dus $N(\frac{1}{2}x) = N(x) + b \cdot \log(\frac{1}{2})$
 $b \cdot \log(\frac{1}{2}) = -6$ geeft $b = \frac{-6}{\log(\frac{1}{2})} \approx 19,93$

Dus $b = 19,93$.

c $N(3x) = 50 + b \cdot \log(3x)$
 $= 50 + b(\log(3) + \log(x))$
 $= 50 + b \cdot \log(3) + b \cdot \log(x)$
Dus $N(3x) = N(x) + b \cdot \log(3)$
 $b \cdot \log(3) = 1$ geeft $b = \frac{1}{\log(3)} \approx 2,10$

Dus $b = 2,10$.

67 a Los op $59,27 \cdot \log(n) - 191,40 = 0$.
Voer in $y_1 = 59,27 \cdot \log(x) - 191,40$.
De optie nulpunt geeft $x \approx 1695$.
De formule geldt vanaf $n = 1700$.

b $n = 158\,000$ geeft $V = 116,72\dots$
 $n = 158\,000 + 56\,000 = 214\,000$ geeft $V = 124,53\dots$
Het bedrijf betaalt $124,53\dots - 116,72\dots \approx €7,81$ meer.

c Het vaste bedrag per jaar is $50 \cdot 12 = 600$ euro.
Het variabele bedrag is dat jaar $2200 - 600 = 1600$ euro en dat is per maand
 $\frac{1600}{12} = 133\frac{1}{3}$ euro.

Los op $59,27 \cdot \log(n) - 191,40 = 133\frac{1}{3}$.

Voer in $y_2 = 133\frac{1}{3}$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 301\,219$, dus ongeveer 301 200 bezoekers.

d $V(2n) = 59,27 \cdot \log(2n) - 191,40$
 $= 59,27(\log(2) + \log(n)) - 191,40$
 $= 59,27 \cdot \log(2) + 59,27 \cdot \log(n) - 191,40$
 $= 59,27 \cdot \log(n) - 191,40 + 17,842\dots$

Bij een verdubbeling van het aantal bezoekers neemt het variabele bedrag met €17,84 toe.

Bladzijde 140

68 a $N = 15 \cdot {}^2\log(20x) = 15({}^2\log(20) + {}^2\log(x)) = 15 \cdot {}^2\log(20) + 15 \cdot \frac{\log(x)}{\log(2)}$

$$= 15 \cdot {}^2\log(20) + \frac{15}{\log(2)} \cdot \log(x) \approx 64,8 + 49,8 \cdot \log(x)$$

Dus $N = 64,8 + 49,8 \cdot \log(x)$.

b $N(2q) = 17,5 + 12,46 \cdot \log(2q)$

$$= 17,5 + 12,46(\log(2) + \log(q))$$

$$= 17,5 + 12,46 \cdot \log(2) + 12,46 \cdot \log(q)$$

$$= 17,5 + 12,46 \cdot \log(q) + 3,750\dots$$

Dus $N(2q) \approx N(q) + 3,75$.

Als q verdubbelt, dan neemt N met 3,75 toe.

c $N(2p) = 38,4 + 9,4 \cdot \log((2p)^{1,24})$

$$= 38,4 + 9,4 \cdot 1,24 \cdot \log(2p)$$

$$= 38,4 + 11,656(\log(2) + \log(p))$$

$$= 38,4 + 11,656 \cdot \log(2) + 11,656 \cdot \log(p)$$

$$= 38,4 + 11,656 \cdot \log(p) + 3,50\dots$$

Dus $N(2p) \approx N(p) + 3,5$.

Als p verdubbelt, dan neemt N met 3,5 toe.

d $N(\frac{1}{2}d) = 50 + b \cdot \log(\frac{1}{2}d)$

$$= 50 + b(\log(\frac{1}{2}) + \log(d))$$

$$= 50 + b \cdot \log(\frac{1}{2}) + b \cdot \log(d)$$

Dus $N(\frac{1}{2}d) = N(d) + b \cdot \log(\frac{1}{2})$

$$b \cdot \log(\frac{1}{2}) = -4,5 \text{ geeft } b = \frac{-4,5}{\log(\frac{1}{2})} \approx 14,95$$

Dus $b = 14,95$.

69 a Bij een storing van 3 uur krijg je geen vergoeding.

Bij een storing van 7,5 uur krijg je €35,-.

Bij een storing van 10 uur en 15 minuten krijg je $35 + 20 = €55,-$.

b Los op $-20 + 100 \cdot \log(t) = 0$.

Voer in $y_1 = -20 + 100 \cdot \log(x)$.

De optie nulpunt geeft $x = 1,584\dots$

$1,584\dots \cdot 60 \approx 95$, dus tot een onderbreking van 95 minuten krijg je geen compensatie.

c Bij $t = 7,5$ is de vergoeding van Liander €35,- en is $B = -20 + 100 \cdot \log(7,5) = 67,50\dots$

Het verschil is dan $67,50\dots - 35 \approx €32,51$.

Bij $t = 11,5$ is de vergoeding van Liander €55,- en is $B = -20 + 100 \cdot \log(11,5) = 86,06\dots$

Het verschil is dan $86,06\dots - 55 \approx €31,07$.

Bij $t = 7,5$ is het verschil $32,51 - 31,07 = €1,44$ groter dan bij $t = 11,5$.

d In de grafiek kun je zien dat het ging om een vergoeding van $35 + 4 \cdot 20 = €115,-$.

Los op $-20 + 100 \cdot \log(t) = 115$.

Voer in $y_2 = 115$.

De optie snijpunt geeft $x = 22,38\dots$

De onderbreking duurde 22 uur en 0,38... $\cdot 60 \approx 23$ minuten.

e $B(2t) = -20 + 100 \cdot \log(2t)$

$$= -20 + 100(\log(2) + \log(t))$$

$$= -20 + 100 \cdot \log(2) + 100 \cdot \log(t)$$

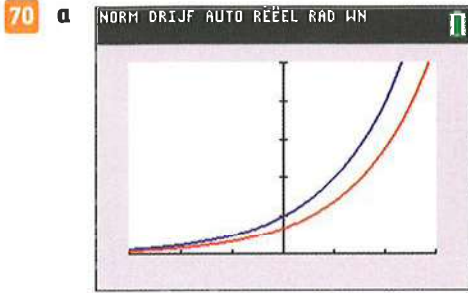
$$= -20 + 100 \cdot \log(t) + 30,102\dots$$

Dus $B(2t) \approx B(t) + 30,10$.

Als t verdubbelt, dan neemt B met €30,10 toe.

10.5 Groeisnelheid

Bladzijde 142



b Steeds is $y_3 \approx 0,6931$.

$$\left. \begin{array}{l} y_3 = \frac{y_2}{y_1} \text{ geeft } y_2 = y_3 \cdot y_1 \\ y_1 = 2^x, y_2 = \frac{dy}{dx} \text{ en } y_3 \approx 0,6931 \end{array} \right\} \frac{dy}{dx} = 0,6931 \cdot 2^x$$

c $c \approx 1,0986$

Bladzijde 143

71 a Met $3e^{0,1t}$ kun je de groeisnelheid berekenen voor iedere waarde van t . De groeisnelheid die twee keer zo groot is als de groeisnelheid op $t = 8$ is $2 \cdot 3e^{0,8}$. Door de vergelijking $3e^{0,1t} = 2 \cdot 3e^{0,8}$ op te lossen, bereken je voor welke waarde van t de groeisnelheid twee keer zo groot is als de groeisnelheid op $t = 8$.

b De optie snijpunt geef $x \approx 14,9$.

c De groeisnelheid op $t = 5$ is $3e^{0,1 \cdot 5} = 3e^{0,5}$.

Los op $3e^{0,1t} = 3 \cdot 3e^{0,5}$.

Voer in $y_1 = 3e^{0,1x}$ en $y_2 = 3 \cdot 3e^{0,5}$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 16,0$.

Dus voor $t = 16,0$ is de groeisnelheid drie keer zo groot als op $t = 5$.

72 a $y = 500e^{3x}$ geeft $\frac{dy}{dx} = 500e^{3x} \cdot 3 = 1500e^{3x}$

b $y = 600e^{0,4x}$ geeft $\frac{dy}{dx} = 600e^{0,4x} \cdot 0,4 = 240e^{0,4x}$

c $N = 250e^{0,2t+1}$ geeft $\frac{dN}{dt} = 250e^{0,2t+1} \cdot 0,2 = 50e^{0,2t+1}$

d $N = 1000e^{-0,6t}$ geeft $\frac{dN}{dt} = 1000e^{-0,6t} \cdot -0,6 = -600e^{-0,6t}$

e $N = 10(1 + e^{0,12p})$ geeft $\frac{dN}{dp} = 10 \cdot e^{0,12p} \cdot 0,12 = 1,2e^{0,12p}$

f $F = 20e^{0,01q^2}$ geeft $\frac{dF}{dq} = 20e^{0,01q^2} \cdot 0,02q = 0,4q \cdot e^{0,01q^2}$

Bladzijde 144

73 a $N = 50(1 + e^{0,18t})$ geeft $\frac{dN}{dt} = 50 \cdot e^{0,18t} \cdot 0,18 = 9e^{0,18t}$

De groeisnelheid op $t=10$ is $\frac{dN}{dt} = 9e^{0,18 \cdot 10} = 9e^{1,8} \approx 54,4$.

b De groeisnelheid op $t = 5$ is $9e^{0,18 \cdot 5} = 9e^{0,9}$.

Los op $9e^{0,18t} = 2 \cdot 9e^{0,9}$.

Voer in $y_1 = 9e^{0,18x}$ en $y_2 = 2 \cdot 9e^{0,9}$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 8,9$.

Dus op $t = 8,9$ is de groeisnelheid twee keer zo groot als op $t = 5$.

- c De groeisnelheid op $t = 15$ is $9e^{0,18 \cdot 15} = 9e^{2,7}$.

Los op $9e^{0,18t} = \frac{1}{2} \cdot 9e^{2,7}$.

Voer in $y_1 = 9e^{0,18x}$ en $y_2 = \frac{1}{2} \cdot 9e^{2,7}$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 11,1$.

Dus op $t = 11,1$ is de groeisnelheid de helft van die op $t = 15$.

- 74 a** Op $[5,8]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(8) - N(5)}{8 - 5} = 142862,28...$ per uur, oftewel $\frac{142862,28...}{60} \approx 2381$ per minuut.

De gemiddelde groeisnelheid is ongeveer 2400 bacteriën per minuut.

- b $N = 25\,000e^{0,4t}$ geeft $\frac{dN}{dt} = 25\,000e^{0,4t} \cdot 0,4 = 10\,000e^{0,4t}$

De groeisnelheid op $t = 5$ is $\frac{dN}{dt} = 10\,000e^{0,4 \cdot 5} = 73\,890,56...$ bacteriën per uur ≈ 1230

bacteriën per minuut.

- c De groeisnelheid op $t = 6$ is $\frac{dN}{dt} = 10\,000e^{0,4 \cdot 6} = 10\,000e^{2,4}$.

Los op $10\,000e^{0,4t} = 2 \cdot 10\,000e^{2,4}$.

Voer in $y_1 = 10\,000e^{0,4x}$ en $y_2 = 20\,000e^{2,4}$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 7,73$.

Dus op $t = 7,73$ is de groeisnelheid twee keer zo groot als op $t = 6$.

- 75** Voer in $y_1 = 4^x$, $y_2 = \frac{d}{dx}(y_1)$ en $y_3 = \frac{y_2}{y_1}$.

Aflezen in de tabel geeft $y_3 \approx 1,3863$.

Dus $c = 1,3863$.

Bladzijde 146

- 76 a** $y = 2 \cdot 3^x$ geeft $\frac{dy}{dx} = 2 \cdot 3^x \cdot \ln(3) = 2 \cdot \ln(3) \cdot 3^x$

- b $y = 50 \cdot 4^{3x-1}$ geeft $\frac{dy}{dx} = 50 \cdot 4^{3x-1} \cdot \ln(4) \cdot 3 = 150 \cdot \ln(4) \cdot 4^{3x-1}$

- c $N = 200 \cdot 1,5^{0,4t}$ geeft $\frac{dN}{dt} = 200 \cdot 1,5^{0,4t} \cdot \ln(1,5) \cdot 0,4 = 80 \cdot \ln(1,5) \cdot 1,5^{0,4t}$

- d $N = 600 \cdot 0,8^{2t+3}$ geeft $\frac{dN}{dt} = 600 \cdot 0,8^{2t+3} \cdot \ln(0,8) \cdot 2 = 1200 \cdot \ln(0,8) \cdot 0,8^{2t+3}$

- e $P = 80(1 + 1,3^{0,1q})$ geeft $\frac{dP}{dq} = 80 \cdot 1,3^{0,1q} \cdot \ln(1,3) \cdot 0,1 = 8 \cdot \ln(1,3) \cdot 1,3^{0,1q}$

- f $Q = 75 \cdot 2^{0,01p^2}$ geeft $\frac{dQ}{dp} = 75 \cdot 2^{0,01p^2} \cdot \ln(2) \cdot 0,02p = 1,5p \cdot \ln(2) \cdot 2^{0,01p^2}$

Bladzijde 147

- 77 a** $y = 80 \cdot 0,6^{2-x}$ geeft $\frac{dy}{dx} = 80 \cdot 0,6^{2-x} \cdot \ln(0,6) \cdot -1$
 $= -80 \ln(0,6) \cdot 0,6^{2-x}$
 $= 40,866... \cdot 0,6^{2-x}$

Dus $a = 41$.

- b $N = 0,05 \cdot 1,28^{3t-1}$ geeft $\frac{dN}{dt} = 0,05 \cdot 1,28^{3t-1} \cdot \ln(1,28) \cdot 3$
 $= 0,15 \ln(1,28) \cdot 1,28^{3t-1}$
 $= 0,037... \cdot 1,28^{3t-1}$

Dus $a = 0,037$.

- 78 a** $\ln(e) = \ln(e^1) = 1$

- b $\ln(e \cdot \sqrt{e}) = \ln(e^1 \cdot e^{\frac{1}{2}}) = \ln(e^{\frac{3}{2}}) = 1\frac{1}{2}$

- c $\ln\left(\frac{1}{e}\right) = \ln(e^{-1}) = -1$

- d $\ln(1) = \ln(e^0) = 0$

$$\text{e } 3 \ln(e \cdot \sqrt[3]{e}) = 3 \ln(e^1 \cdot e^{\frac{1}{3}}) = 3 \ln(e^{\frac{4}{3}}) = 3 \cdot \frac{4}{3} = 4$$

$$\text{f } e^{\ln(7)} + e^{\ln(8)} = 7 + 8 = 15$$

$$\text{g } e^{2 \ln(5)} = e^{\ln(5^2)} = e^{\ln(25)} = 25$$

$$\text{h } e^{\frac{1}{2} \ln(9)} = e^{\ln(\sqrt{9})} = e^{\ln(3)} = 3$$

$$\text{79 a } N = 20 + 3 \cdot {}^4\log(t) = 20 + 3 \cdot \frac{\ln(t)}{\ln(4)} = 20 + \frac{3}{\ln(4)} \cdot \ln(t) \approx 20 + 2,16 \cdot \ln(t)$$

$$\text{Dus } N = 20 + 2,16 \cdot \ln(t).$$

$$\text{b } N = 100 - 50 \cdot {}^{\frac{1}{2}}\log(t) = 100 - 50 \cdot \frac{\ln(t)}{\ln(\frac{1}{2})} = 100 - \frac{50}{\ln(\frac{1}{2})} \cdot \ln(t) \approx 100 + 72,13 \cdot \ln(t)$$

$$\text{Dus } N = 100 + 72,13 \cdot \ln(t).$$

$$\text{c } N = 6 + 200 \cdot \log(t) = 6 + 200 \cdot \frac{\ln(t)}{\ln(10)} = 6 + \frac{200}{\ln(10)} \cdot \ln(t) \approx 6 + 86,86 \cdot \ln(t)$$

$$\text{Dus } N = 6 + 86,86 \cdot \ln(t).$$

$$\text{d } N = 5 + 8 \cdot \log(2t) = 5 + 8(\log(2) + \log(t)) = 5 + 8 \cdot \log(2) + 8 \cdot \log(t) = 5 + 8 \cdot \log(2) + 8 \cdot \frac{\ln(t)}{\ln(10)}$$

$$= 5 + 8 \cdot \log(2) + \frac{8}{\ln(10)} \cdot \ln(t) \approx 7,41 + 3,47 \cdot \ln(t)$$

$$\text{Dus } N = 7,41 + 3,47 \cdot \ln(t).$$

$$\text{80 a } N(2q) = 11,13 + 6,49 \cdot \ln(2q)$$

$$= 11,13 + 6,49(\ln(2) + \ln(q))$$

$$= 11,13 + 6,49 \cdot \ln(2) + 6,49 \cdot \ln(q)$$

$$= 11,13 + 6,49 \cdot \ln(q) + 4,49 \dots$$

$$\text{Dus } N(2q) \approx N(q) + 4,5.$$

Als q verdubbelt, dan neemt N met 4,5 toe.

$$\text{b } N(2p) = 100 + 13,85 \cdot \ln((2p)^{1,25})$$

$$= 100 + 13,85 \cdot 1,25 \cdot \ln(2p)$$

$$= 100 + 17,3125(\ln(2) + \ln(p))$$

$$= 100 + 17,3125 \cdot \ln(2) + 17,3125 \cdot \ln(p)$$

$$= 100 + 17,3125 \cdot \ln(p) + 12,00 \dots$$

$$\text{Dus } N(2p) \approx N(p) + 12.$$

Als p verdubbelt, dan neemt N met 12 toe.

$$\text{c } N(3t) = 16 + b \cdot \ln(3t)$$

$$= 16 + b(\ln(3) + \ln(t))$$

$$= 16 + b \cdot \ln(3) + b \cdot \ln(t)$$

$$\text{Dus } N(3t) = N(t) + b \cdot \ln(3)$$

$$b \cdot \ln(3) = 5 \text{ geeft } b = \frac{5}{\ln(3)} \approx 4,55$$

$$\text{Dus } b = 4,55.$$

$$\text{81 a } \text{Voor } t = 0 \text{ geldt } T = 80.$$

$$\text{Los op } 20 + p \cdot 2^{-0,25 \cdot 0} = 80.$$

$$20 + p \cdot 2^0 = 80$$

$$20 + p \cdot 1 = 80$$

$$p = 60$$

$$\text{b } \text{Los op } 20 + 60 \cdot 2^{-0,25t} = 60.$$

$$\text{Voer in } y_1 = 20 + 60 \cdot 2^{-0,25x} \text{ en } y_2 = 60.$$

$$\text{De optie snijpunt geeft } x = 2,33 \dots$$

$$\text{Na 2 minuten en } 0,33 \dots \times 60 \approx 20 \text{ seconden.}$$

$$\text{c } t = 0 \text{ geeft } T = 80.$$

$$t = 4 \text{ geeft } T = 20 + 60 \cdot 2^{-0,25 \cdot 4} = 20 + 60 \cdot 2^{-1} = 50$$

$$\frac{50 - 80}{4} = -7,5, \text{ dus in de eerste vier minuten koelt de koffie gemiddeld } 7,5^\circ\text{C per minuut af.}$$

d $T = 20 + 60 \cdot 2^{-0,25t}$ geeft $\frac{dT}{dt} = 60 \cdot 2^{-0,25t} \cdot \ln(2) \cdot -0,25 = -15 \cdot \ln(2) \cdot 2^{-0,25t}$

$t = 4$ geeft $\frac{dT}{dt} = -15 \cdot \ln(2) \cdot 2^{-0,25 \cdot 4} = -15 \cdot \ln(2) \cdot 2^{-1} \approx -5,2$

De snelheid waarmee de koffie vier minuten na het inschenken afkoelt is $5,2^\circ\text{C}$ per minuut.

e De snelheid waarmee de koffie afkoelt na 90 seconden is $-15 \cdot \ln(2) \cdot 2^{-0,25 \cdot 1,5}$.

Los op $-15 \cdot \ln(2) \cdot 2^{-0,25t} = \frac{1}{2} \cdot -15 \cdot \ln(2) \cdot 2^{-0,375}$.

Voer in $y_1 = -15 \cdot \ln(2) \cdot 2^{-0,25x}$ en $y_2 = -7,5 \cdot \ln(2) \cdot 2^{-0,375}$.

De optie snijpunt geeft $x = 5,5$.

Dus na $5,5 \times 60 = 330$ seconden.

Diagnostische toets

Bladzijde 150

- 1 K is de kostprijs in euro's per MWh geleverde energie.
Er geldt $K = 375 \cdot 0,78^t$ met t in jaren en $t = 0$ in 2009.
De gevraagde kosten zijn $500 \cdot 375 \cdot 0,78^{12} \approx 9509$ euro.

- 2 Er geldt $g^{25} = \frac{1}{2}$, met g de groeifactor per minuut.
 $g^{25} = \frac{1}{2}$ geeft $g = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{25}} \approx 0,973$
De afname is $2,7\%$ per minuut.

- 3 a $g_{\text{dag}} = 1,36$
 $g_{\text{week}} = 1,36^7 \approx 8,61$
Het groeipercentage per week is 761% .
b $g_{\text{dag}} = 1,36$
 $g_{\text{uur}} = 1,36^{\frac{1}{24}} \approx 1,013$
Het groeipercentage per uur is $1,3\%$.
c $g_{10 \text{ jaar}} = 3$
 $g_{\text{maand}} = 3^{\frac{1}{120}} \approx 1,009$
De toename per maand is $0,9\%$.

- 4 $N = b \cdot g^t$ met $g_{3 \text{ dagen}} = \frac{1200}{1500}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{1200}{1500}\right)^{\frac{1}{3}} = 0,9283\dots$
 $N = b \cdot 0,9283\dots^t$
 $t = 4$ en $N = 1500$ $\left. \begin{array}{l} b \cdot 0,9283\dots^4 = 1500 \\ b = \frac{1500}{0,9283\dots^4} \approx 2020 \end{array} \right\}$
Dus $N = 2020 \cdot 0,928^t$.

- 5 a De groeifactor per mm materiaal is $0,7$.
 $0,7^5 \approx 0,168$, dus $16,8\%$ van het licht komt door een laag van 5 mm .
b $0,7^{10} \approx 0,028$, dus $97,2\%$ van het licht wordt geabsorbeerd.
c Los op $0,7^n < 0,01$.
Voer in $y_1 = 0,7^x$ en $y_2 = 0,01$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 12,9$.
De plaat moet dus minstens 13 mm dik zijn.

- 6 a ${}^5\log(625) = {}^5\log(5^4) = 4$
b ${}^2\log(\frac{1}{8}) = {}^2\log(2^{-3}) = -3$
c ${}^{\frac{1}{2}}\log(\frac{1}{4}) = {}^{\frac{1}{2}}\log((\frac{1}{2})^2) = 2$

Bladzijde 151

7 a $N = 5 \cdot {}^3\log(t) = 5 \cdot \frac{\log(t)}{\log(3)} = \frac{5}{\log(3)} \cdot \log(t) \approx 10,5 \cdot \log(t)$

Dus $N = 10,5 \cdot \log(t)$.

b $y = {}^3\log(5x - 1) - 2$

${}^3\log(5x - 1) = y + 2$

$5x - 1 = 3^{y+2}$

$5x = 1 + 3^y \cdot 3^2$

$5x = 1 + 9 \cdot 3^y$

$x = 0,2 + 1,8 \cdot 3^y$

c $q = 3 - 2^{p-2}$

$2^{p-2} = 3 - q$

$p - 2 = {}^2\log(3 - q)$

$p = 2 + {}^2\log(3 - q)$

8 a Lees af: in 2008 is er 4000 miljoen kWh geproduceerd en in 2016 was dat 8000 miljoen kWh.

Dus twee keer zoveel.

b Rechte lijn op logaritmisch papier, dus $W = b \cdot g^t$, met W de hoeveelheid windenergie in miljoenen kWh en t de tijd in jaren met $t = 0$ in 2010.

$t = 0$ en $W = 4000$ } $g_{\text{jaar}} = \frac{10000}{4000}$

$t = 7$ en $W = 10000$ } $g_{\text{jaar}} = \left(\frac{10000}{4000}\right)^{\frac{1}{7}} \approx 1,140$

$t = 0$ in 2010, dus $b = 4000$.

Dus $W = 4000 \cdot 1,140^t$.

Bij 2030 hoort $t = 20$ en dat geeft $W = 4000 \cdot 1,140^{20} \approx 54974$.

In 2030 wordt in Nederland ongeveer 55 miljard kWh windenergie geproduceerd.

9 a $N = {}^3\log(6x) = {}^3\log(6) + {}^3\log(x) = {}^3\log(6) + \frac{\log(x)}{\log(3)} = {}^3\log(6) + \frac{1}{\log(3)} \cdot \log(x) \approx 1,6 + 2,1 \cdot \log(x)$

Dus $N = 1,6 + 2,1 \cdot \log(x)$.

b $N(5t) = 86 + 18,6 \cdot \log(5t)$

$= 86 + 18,6(\log(5) + \log(t))$

$= 86 + 18,6 \cdot \log(5) + 18,6 \cdot \log(t)$

$= 86 + 18,6\log(t) + 13,0\dots$

Dus $N(5t) \approx N(t) + 13$ en hieruit volgt dat N met 13 toeneemt als t vervijfvoudigt.

c $N(\frac{1}{2}t) = 1010 + 16,61 \cdot \log(\frac{1}{2}t)$

$= 1010 + 16,61(\log(\frac{1}{2}) + \log(t))$

$= 1010 + 16,61 \cdot \log(\frac{1}{2}) + 16,61 \cdot \log(t)$

$= 1010 + 16,61 \cdot \log(t) - 5,0\dots$

Dus $N(\frac{1}{2}t) \approx N(t) - 5$ en hieruit volgt dat N met 5 afneemt als t halveert.

10 a $y = 14e^{1,25x}$ geeft $\frac{dy}{dx} = 14e^{1,25x} \cdot 1,25 = 17,5e^{1,25x}$

b $y = 421e^{3x^2-2}$ geeft $\frac{dy}{dx} = 421e^{3x^2-2} \cdot 6x = 2526x \cdot e^{3x^2-2}$

c $y = 2500(1 + e^{0,56x})$ geeft $\frac{dy}{dx} = 2500e^{0,56x} \cdot 0,56 = 1400e^{0,56x}$

d $y = 350 \cdot 10^{7x+3}$ geeft $\frac{dy}{dx} = 350 \cdot 10^{7x+3} \cdot \ln(10) \cdot 7 = 2450 \cdot \ln(10) \cdot 10^{7x+3}$

e $y = 5,5(1 + 8^{1,44x})$ geeft $\frac{dy}{dx} = 5,5 \cdot 8^{1,44x} \cdot \ln(8) \cdot 1,44 = 7,92 \cdot \ln(8) \cdot 8^{1,44x}$

f $y = 6000 \cdot 2,3^{0,12x^2}$ geeft $\frac{dy}{dx} = 6000 \cdot 2,3^{0,12x^2} \cdot \ln(2,3) \cdot 0,24x = 1440x \cdot \ln(2,3) \cdot 2,3^{0,12x^2}$

11 $N = 3 - 5 \cdot \log(2t) = 3 - 5(\log(2) + \log(t)) = 3 - 5 \cdot \log(2) - 5 \cdot \frac{\ln(t)}{\ln(10)} = 3 - 5 \cdot \log(2) - 5 \cdot \frac{1}{\ln(10)} \cdot \ln(t)$

$\approx 1,49 - 2,17 \cdot \ln(t)$

Dus $N = 1,49 - 2,17 \cdot \ln(t)$.